

УДК 620.179.16: 620.179.17

О. Н. ПЕТРИЩЕВ, д-р техн. наук, проф., НТУУ «КПИ», Київ;
Г. М. СУЧКОВ, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;
М. И. РОМАНЮК, аспирант, НТУУ «КПИ», Київ;
С. В. ХАЩИНА, аспирант, НТУ «ХПИ»

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭМА СПОСОБА РЕГИСТРАЦИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН ПРИ УЛЬТРАЗВУКОВОМ КОНТРОЛЕ ФЕРРОМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛОИЗДЕЛИЙ

Предложен новый подход к построению математических моделей электромагнитных ультразвуковых преобразователей в режиме приема упругих колебаний в ферромагнитных металлоизделиях. Продуктивность и практическая значимость этого подхода показана на примере построения математической модели накладного преобразователя. Полученные аналитические выражения могут быть использованы в процессе проектирования ЭМА преобразователей для расчета конструктивных параметров приемной части.

Ключевые слова: электромагнитно – акустический преобразователь, ультразвуковой контроль, чувствительность преобразователя, магнитный поток, ферромагнитный материал, математическая модель, значение функции, граничные условия.

Вступ. Вопросу регистрации поверхностных волн, распространяющихся по поверхности металлоизделий, уделялось достаточно большое внимание [1-6]. В основном рассмотрены особенности регистрации поверхностных волн на моделях в виде длинного проводника. При этом рассматривались отдельные физические модели различных индукторов, полагая, что суммарное наведенное е.д.с. представляется в виде суммы е.д.с. наведенных на каждом отдельном проводнике, что, строго говоря, требует доказательства, поскольку ферромагнитные изделия в присутствии магнитного поляризирующего поля имеют особенности, проявляя нелинейные свойства. В упомянутых работах недостаточно изучены процессы возникновения магнитоупругих токов. Не учтены зависимости электромагнитных свойств металлов от их химического состава. Моделирование процесса регистрации поверхностных волн описано, в основном, через напряженность электрического поля, стандартно определяемую через соответствующий векторный потенциал. В то время известно, что электродвижущая сила на клеммах витка провода $\dot{E} = -\partial\Phi/\partial t$, где Φ – поток магнитной индукции переменного магнитного поля над металлам, обусловленный взаимодействием акустического и магнитного полей, который пронизывает площадку, ограниченную индуктором. В известных математических моделях не была установлена связь электромагнитного процесса регистрации с учетом конструкции приемного индуктора преобразователя и физико-механических характеристик металла. Т.е. приемный электромагнитно – акустический преобразователь (ЭМАП) –

© О.Н. Петрищев, Г.М. Сучков, М.И. Романюк, С.В. Хашчина 2013

это совокупная система, состоящая из: индуктора определенной конструкции и радиотехническими характеристиками, источника поляризирующего магнитного поля, поверхностного слоя металла с его физико-механическими свойствами и находящегося на определенном удалении от индуктора. При этом должны быть учтено значение частоты принимаемых акустических колебаний. Следовательно, задача определения эффективности приема ультразвуковых поверхностных волн в заданном диапазоне частот в связи с конструкцией преобразователя, значений геометрических и физико-механических параметров элементов его конструкции, а также физико-механических характеристик металла является актуальной.

Обоснование физико-математической модели регистрации поверхностных волн ЭМА преобразователем. Рассмотрим физическую модель регистрации акустических волн определенной частоты, распространяющихся вдоль поверхности ферромагнитного электропроводного изделия. В исходном состоянии металл обладает изотропными свойствами. Регистрация осуществляется в зоне действия постоянного поляризирующего поля. Распространяющиеся ультразвуковые волны изменяется во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$; ω - круговая частота). Обозначим, что при наличии акустических колебаний поверхности материала изделия, его деформации, при наличии магнитного поля, приводят к появлению токов переменной частоты распределенных в поверхностном слое металла. Эти токи формируют переменное магнитное поле в поверхностном слое металла и в прилегающей к нему зоне пространства (пусть будет вакуум). Разместив в этой же зоне индуктор ЭМАП, мы преобразуем переменное магнитное поле в электрический сигнал. Таким образом, мы преобразуем акустический сигнал в электрический, обеспечив получение исходной информации, необходимой для проведение контроля качества изделия.

Для математического описания предложенной физической модели воспользуемся работами в области электродинамики и механики деформируемого твердого тела [7 - 11], результаты которых могут являться теоретической основой для расчета взаимодействия электромагнитного поля, созданного пространственно-распределенными источниками в поверхностном слое изделия, с индуктором ЭМА приемника. Согласно [7, 11] выражение для магнитного потока, созданного пространственно-распределенными источниками в поверхностном слое изделия, запишем в виде

$$\Phi(t) = \frac{\mu_0}{I^{(np)}} \iiint_V \vec{M}(x_k, t) \cdot \vec{H}^{(np)}(x_k) dV \quad (1.1)$$

где $\Phi(t)$ - магнитный поток через индуктор ЭМА преобразователя;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - магнитная проницаемость вакуума;

V - объем ферромагнетика в зоне действия поляризующего магнитного поля;

$\vec{M}(x_k, t)$ - намагниченность ферромагнитного материала в зоне действия акустических колебаний; x_k - выбранная система координат ($k = 1, 2, 3$);

$\vec{H}^{(np)}(x_k)$ - вектор напряженности магнитного поля в вакууме, которую создает индуктор ЭМАП при протекании $I^{(np)}$.

Из гармоничности акустических колебаний следует что $\vec{M}(x_k, t) = \vec{M}(x_k)e^{i\omega t}$ и $\Phi(t) = \Phi e^{i\omega t}$, где $\vec{M}(x_k)$ и Φ - амплитудные значения переменной намагниченности и магнитного потока соответственно. Воспользовавшись законом Фарадея и результатами работы [11], запишем выражения для напряжения наведенного на индукторе ЭМАП (выход индуктора нагружен на высокоомный вход усилителя)

$$U_{\text{вых}}(\omega) = -i\omega \frac{\mu_0}{I^{(np)}} \iiint_V \vec{M}(x_k) \cdot \vec{H}^{(np)}(x_k) dV. \quad (1.2)$$

Выражение (2) имеет смысл математической модели процесса регистрации ультразвуковых гармонических волн в металлах ферромагнитной группы преобразователями электромагнитного типа или, как часто говорят, электромагнитным способом.

Практическое использование общего выражения (1.2) предполагает знание пространственно распределенных векторов $\vec{M}(x_k)$ и $\vec{H}^{(np)}(x_k)$.

Амплитудное значение $\vec{M}(x_k)$ гармонически изменяющейся во времени намагниченности вне зависимости от содержания поляризационных процессов в ферромагнетике определяется следующим образом [12]:

$$M_m(x_k) = \frac{1}{\mu_0} B_m(x_k) - h_m(x_k) \quad (1.3)$$

где $M_m(x_k)$ - амплитуда m -ого компонента вектора переменной намагниченности;

$B_m(x_k)$ - амплитуда m -ого компонента вектора гармонически изменяющейся во времени магнитной индукции;

$h_m(x_k)$ - амплитуда m -ого компонента гармонически изменяющегося во времени вектора напряженности внутреннего магнитного поля, которое возникает из-за поворотов доменов при динамическом деформировании предварительно намагниченного (не до насыщения) ферромагнетика.

В формуле (1.3) и во всех последующих записях множитель $e^{i\omega t}$ записываться не будет и по этой причине выражение (1.3) и последующие записи будут формулироваться в терминах амплитудных значений

соответствующих физических величин; словосочетание «амплитудные значения» при описании этих величин будет подразумеваться, но не записываться.

Магнитная индукция $B_m(x_k)$ определяется законом магнитной поляризации ферромагнетика, который с учетом магнитострикционных эффектов можно записать в следующем виде [13]:

$$B_m(x_k) = m_{pmrs} H_p^0(x_k) \varepsilon_{rs}(x_k) + \mu_{mi}^{\varepsilon} h_i(x_k), \quad (1.4)$$

где m_{pmrs} – компонент тензора магнитострикционных констант;

$H_p^0(x_k)$ – компонент вектора напряженности постоянного (не изменяющегося во времени) поля подмагничивания, которое создается источником постоянного магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа;

$\varepsilon_{rs}(x_k)$ – порожденная ультразвуковой волной, гармонически изменяющаяся во времени, деформация малых объемов ферромагнетика;

μ_{mi}^{ε} – тензор магнитной проницаемости, экспериментально определяемый в режиме постоянства (равенства нулю) упругих деформаций (верхний символ ε).

Для поликристаллических, т. е. изотропных в размагниченном состоянии, ферромагнетиков произвольный компонент тензора магнитострикционных констант m_{pmrs} определяется через две константы m_1 и m_2 (числовые значения этих констант определяются экспериментально) следующим образом:

$$m_{pmrs} = m_2 \delta_{pm} \delta_{rs} + \frac{m_1 - m_2}{2} (\delta_{pr} \delta_{ms} + \delta_{ps} \delta_{mr}), \quad (1.5)$$

где $\delta_{pm}, \dots, \delta_{mr}$ – символы Кронекера.

Из определения (1.5) следует, что $m_{pppp} = m_1$; $m_{pprr} = m_2$; $m_{pprr} = m_{pprr} = m_{rrrr} = (m_1 - m_2)/2$. Другие комбинации индексов p, m, r и s , которые принимают значения 1, 2 и 3, соответствуют нулевым компонентам тензора магнитострикционных констант. Тензор магнитной проницаемости μ_{mi}^{ε} для поликристаллических ферромагнетиков имеет диагональную матрицу следующего вида

$$|\mu_{mi}^{\varepsilon}| = \begin{vmatrix} \mu_{11}^{\varepsilon} & 0 & 0 \\ & \mu_{22}^{\varepsilon} & 0 \\ & & \mu_{33}^{\varepsilon} \end{vmatrix}, \quad (1.6)$$

где один из компонентов, определяющий магнитную проницаемость в направлении поля подмагничивания, отличен от двух других, которые равны друг другу по величине.

Вектор напряженности $\vec{h}(x_k)$ внутреннего магнитного поля удовлетворяет уравнениям Максвелла, которые в пренебрежении токами смещения можно записать следующим образом

$$\varepsilon_{ijk} h_{k,j} = r_{ii} E_i, \quad (1.7)$$

$$\varepsilon_{mpi} E_{i,p} = -i\omega B_m, \quad (1.8)$$

где ε_{ijk} - компонент тензора Леви – Чивиты, равный плюс единице, когда индексы i, j, k образуют четную перестановку чисел 1, 2, 3 (123; 231; 312); равный минус единице, когда индексы i, j, k образуют нечетную перестановку чисел 1, 2, 3 (132; 321; 213) и равный нулю, когда любые два из трех индексов равны между собой;

h_k, E_i, B_m - амплитуды компонентов векторов напряженности внутреннего магнитного и электрического полей и вектора магнитной индукции; запятая между индексами обозначает процедуру дифференцирования выражения, которое записано до запятой, по координате, индекс которой проставлен после запятой; r_{ii} - компонент тензора удельной электрической проводимости; матрица этого тензора имеет структуру, подобную матрице (1.6) тензора μ_{ki}^{ε} .

Определим m -ый компонент ротора от левой и правой частей уравнения (1.7):

$$\varepsilon_{mpi} \varepsilon_{ijk} h_{k,jp} = r_{ii} \varepsilon_{mpi} E_{i,p}. \quad (1.9)$$

Умножим левую и правую части уравнения (1.8) на удельную электрическую проводимость r_{ii} , и заменяя левую часть полученного равенства левой частью соотношения (1.9), получаем систему дифференциальных уравнений, решения которых определяют компоненты вектора напряженности $\vec{h}(x_k)$ внутреннего магнитного поля

$$\varepsilon_{mpi} \varepsilon_{ijk} h_{k,jp} + i\omega r_{ii} \mu_{mm}^{\varepsilon} h_m + i\omega r_{ii} m_{pkij} H_p^0 \varepsilon_{ij} = 0 \forall x_k \in V. \quad (1.10)$$

Последнее слагаемое системы уравнений (1.10) считается известным по смыслу постановки задачи об определении динамической намагниченности $\vec{M}(x_k)$.

Решение дифференциального уравнения второго порядка содержит, в общем случае, в своем составе две константы. Эти константы позволяют удовлетворить условиям сопряжения магнитных полей на поверхности S металлического объекта [7]. В общем случае эти условия записываются следующим образом:

$$\varepsilon_{ijk} n_j (h_k - \tilde{H}_k) = 0 \quad \forall x_k \in S, \quad (1.11)$$

$$n_k (m_{pkrs} H_p^0 \varepsilon_{rs} + \mu_{kk}^e h_k - \mu_0 \tilde{H}_k) = 0 \quad \forall x_k \in S, \quad (1.12)$$

где \vec{n} - единичный вектор внешней нормали к поверхности S ;

\tilde{H} - амплитуда гармонически изменяющегося во времени вектора напряженности магнитного поля рассеяния, которое излучается в пространство механически деформируемым, предварительно намагниченным не до насыщения, ферромагнетиком.

Будем полагать, что ферромагнетик находится в вакууме. При этом компоненты вектора напряженности магнитного поля рассеяния определяются из решения следующей системы дифференциальных уравнений

$$\varepsilon_{mni} \varepsilon_{ijk} \tilde{H}_{k,jn} + k_0^2 \tilde{H}_m = 0 \quad \forall x_k \notin V, \quad (1.13)$$

где $k_0 = \omega/c$ - волновое число электромагнитных волн в вакууме;

$c = 1/\sqrt{\chi_0 \mu_0}$ - скорость распространения электромагнитных волн в вакууме;

$\chi_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - диэлектрическая проницаемость вакуума.

Помимо условий (1.11) и (1.12) решения системы уравнений (1.13) должны удовлетворять условиям физической реализуемости процесса, т. е.

$$\lim_{R \rightarrow \infty} (\tilde{H}_k, \tilde{H}_{k,i}) = 0, \quad (1.14)$$

где R - расстояние от поверхности S до точки определения характеристик магнитного поля рассеяния.

Предельное условие (1.14) имеет простой физический смысл – физически реализуемый источник создает электромагнитное поле конечной мощности, т. е. обращается в нуль на больших расстояниях от источника.

Решение граничной задачи (1.10) – (1.14) позволяет определить компоненты вектора напряженности внутреннего магнитного поля с учетом потерь на вихревые токи в объеме деформируемого металла и потерь, обусловленных излучением электромагнитного поля в окружающее металлический объект пространство. Найденная таким образом величина $\vec{h}(x_k)$ так дополняет определение (1.4) компонентов вектора магнитной индукции,

что вектор магнитной индукции удовлетворяет фундаментальному условию $\operatorname{div} \vec{B}(x_k) = 0$, т. е. условию отсутствия магнитных зарядов. Если игнорировать сам факт существования внутреннего магнитного поля с напряженностью $\vec{h}(x_k)$, т. е. определять магнитную индукцию первым слагаемым формулы (1.4), то определенный таким образом вектор $\vec{B}(x_k)$ нельзя называть вектором магнитной индукции, поскольку не выполняется условие отсутствия магнитных зарядов. А это влечет за собой не отвечающее физическому смыслу решаемой задачи определение вектора динамической намагниченности $\vec{M}(x_k)$ и, как следствие, ошибочное определение разности электрических потенциалов $U_{\text{вых}}(\omega)$ на выходе преобразователя электромагнитного типа в режиме холостого хода.

Таким образом:

$$M_m(x_k) = \frac{1}{\mu_0} m_{pmrs} H_p^0 \varepsilon_{rs} + \left(\frac{\mu_{nm}^{\varepsilon}}{\mu_0} - 1 \right) h_m. \quad (1.15)$$

В дальнейшем изложении будет показано, что конструкция выражения (1.15) для расчета амплитудных значений $M_m(x_k)$ компонентов вектора динамической намагниченности деформируемого ферромагнетика практически полностью определяет процедуру расчета компонентов $\vec{H}^{(np)}(x_k)$ вектора напряженности магнитного поля, которое создается электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в вакууме.

2. Методика расчета разности электрических потенциалов на выходе преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации плоских ультразвуковых волн. Рассмотрим одну из типичных для неразрушающего контроля листового проката ситуацию, когда в металлическом листе (позиция 2 на рис. 1, а), ограниченном сверху поверхностью $x_3 = 0$, распространяется в сторону увеличения координаты x_2 плоская волна. Говоря иными словами, в ближайшей окрестности координатной оси Ox_1 действует достаточно протяженный (по сравнению с длиной пробега ультразвуковой волны) вдоль этой оси источник внешних сил, который обеспечивает гармонически изменяющиеся во времени по закону $e^{i\omega t}$ ($i = \sqrt{-1}$, ω - круговая частота, t - время) смещения материальных частиц металлического листа с амплитудами $u_k(x_3)e^{-i\gamma x_2}$ ($k = 2, 3$; $\gamma = \omega/v_f$ - волновое число распространяющейся волны; v_f - её фазовая скорость). Все это достаточно полно моделирует линейку излучателей ультразвуковых волн в системах тотального ультразвукового контроля листового металлопроката.

Деформирование ферромагнетика в присутствии постоянного поля подмагничивания сопровождается изменением его намагниченности, т. е. на фоне постоянной намагниченности появляется переменная составляющая $\vec{M}(x_k)e^{i\omega t}$. Изменение намагниченности сопровождается перестройкой магнитного поля, которое существует в окружающем ферромагнитный металл пространстве. Переменное магнитное поле пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля, который является основным элементом любого преобразователя электромагнитного типа, и на выходных клеммах этого контура возникает разность электрических потенциалов.

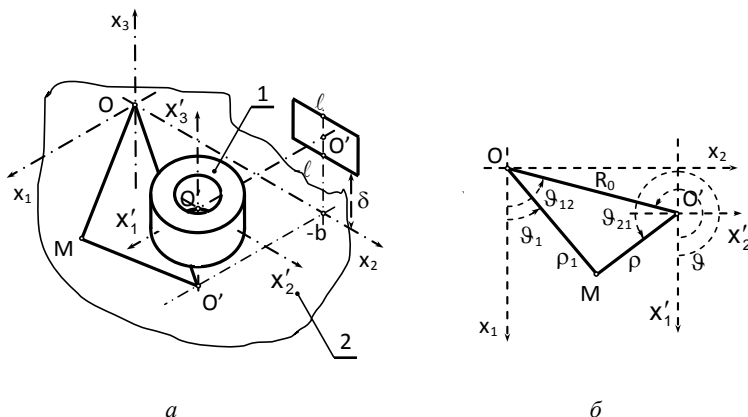


Рис. 1 – Взаимное расположение источника и приемника:

а – ультразвуковых волн; б – расчетная схема для разложения фазового множителя плоской волны по цилиндрическим функциям

Таким образом, в режиме приема ультразвуковых волн, распространяющихся в ферромагнетике, поляризованном постоянным магнитным полем $\vec{H}^0(x_k)$, реализуется следующая цепочка преобразований

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{M}(x_k, \omega)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi(\omega)e^{i\omega t} \Rightarrow U_{\text{вых}}(\omega)e^{i\omega t}, \quad (2.1)$$

где символами $\vec{u}(x_k)$, $\vec{M}(x_k, \omega)$, $\Phi(\omega)$ и $U_{\text{вых}}(\omega)$ обозначены амплитудные значения вектора смещения материальных частиц деформируемого металла, динамической намагниченности ферромагнетика, потока магнитной индукции через электрический контур приемника переменного магнитного поля и разности электрических потенциалов на его выходе. Приемник переменного магнитного поля (катушка) показана на рис. 1 позицией 1 и располагается на расстоянии R_0 от начала координат O . Источник постоянного магнитного поля, который является обязательным элементом любого преобразователя электромагнитного типа, на рис. 1, а не показан.

Амплитудное значение разности электрических потенциалов $U_{\text{вых}}(\omega)$ на электрическом выходе приемника переменного магнитного поля в режиме холостого хода определяется выражением (1.2), которое в данной ситуации необходимо записать следующим образом

$$U_{\text{вых}}(\omega) = -i\omega \frac{\mu_0}{I^{(np)}} \iiint_V \vec{M}(x_k, \omega) \cdot \vec{H}^{(np)}(\rho, \vartheta, z) dV, \quad (2.2)$$

где (ρ, ϑ, z) - координаты цилиндрической системы координат, которая связана с центром катушки.

Очевидно, что вектор $\vec{M}(x_k, \omega)$ динамической намагниченности, которая формируется бегущими ультразвуковыми волнами, можно представить в следующем виде

$$\vec{M}(x_k, \omega) = \vec{M}(x_3, \omega) e^{-i\gamma x_2}. \quad (2.3)$$

В системе координат (ρ, ϑ, z) , связанной с центром катушки (рис. 1) выражение (2.1), определяющее разность потенциалов на клеммах катушки, необходимо записать следующим образом

$$U_{\text{вых}}(\omega) = i\omega \frac{\mu_0}{I^{(np)}} \int_{-d}^{-b} dz \int_0^\infty \rho \left[iM_2(x_3, \omega) H_\rho^{(np)}(\rho, z) \Xi_1(\rho, R_0) - \right. \\ \left. - M_3(x_3) H_z^{(np)}(\rho, z) \Xi_2(\rho, R_0) \right] d\rho, \quad (2.4)$$

где $x_3 = z + b$; d - толщина металлического листа, а функции $\Xi_k(\rho, R_0)$ ($k = 1, 2$) определяются в результате вычисления следующих интегралов

$$\Xi_1(\rho, R_0) = \int_0^{2\pi} \sin \vartheta \cdot \text{Im} \left(e^{i\gamma \rho_1 \sin \vartheta_1} \right) d\vartheta, \quad (2.5)$$

$$\Xi_2(\rho, R_0) = \int_0^{2\pi} \text{Re} \left(e^{i\gamma \rho_1 \sin \vartheta_1} \right) d\vartheta. \quad (2.6)$$

Значения компонентов $M_k(x_3, \omega)$ вектора динамической намагниченности ферромагнитного листа определяются типом распространяющихся плоских волн. Методика расчета динамической намагниченности будет изложена в дальнейшем.

Так как известны [14] представления

$$\operatorname{Re}\left(e^{i\gamma\rho_1\sin\vartheta_1}\right)=J_0(\gamma\rho_1)+2\sum_{k=1}^{\infty}J_{2k}(\gamma\rho_1)\cos(2k\vartheta_1), \quad (2.7)$$

$$\operatorname{Im}\left(e^{i\gamma\rho_1\sin\vartheta_1}\right)=2\sum_{k=1}^{\infty}J_{2k+1}(\gamma\rho_1)\cos[(2k+1)\vartheta_1], \quad (2.8)$$

$$J_n(\gamma\rho_1)e^{in\vartheta_1}=\sum_{l=-\infty}^{\infty}J_{n-l}(\gamma R_0)J_l(\gamma\rho)e^{i[(n-l)\vartheta_1+l\vartheta]}, \quad (2.9)$$

то интегралы (2.5) и (2.6) можно определить следующим образом:

$$\Xi_1(\rho, R_0)=2\pi J_0(\gamma R_0)J_1(\gamma\rho), \quad \Xi_2(\rho, R_0)=2\pi J_0(\gamma R_0)J_0(\gamma\rho), \quad (2.10)$$

где R_0 – расстояние между точками O и O' (рис. 2.1,б);

ρ - текущее значение радиальной координаты в цилиндрической системе координат связанной с центром катушки.

Подстановка соотношений (2.10) в формулу (2.4) для расчета амплитудного значения разности электрических потенциалов дает следующий результат

$$U_{\text{вых}}(\omega)=2\pi i\omega\mu_0J_0(\gamma R_0)\int_{-d}^{-b}\left[iM_2(x_3)R_\rho(z)-M_3(x_3)R_z(z)\right]dz, \quad (2.11)$$

где

$$R_\rho(z)=\frac{1}{I^{(np)}}\int_0^\infty\rho H_\rho^{(np)}(\rho,z)J_1(\gamma\rho)d\rho, \quad (2.12)$$

$$R_z(z)=\frac{1}{I^{(np)}}\int_0^\infty\rho H_z^{(np)}(\rho,z)J_0(\gamma\rho)d\rho. \quad (2.13)$$

Так как кольцевая катушка (позиция 1 на рис. 1, а) создает осесимметричное магнитное поле, то для его математического описания в системе координат, связанной с центром O' , удобно ввести векторный потенциал $\vec{A}\{0;A_g(\rho,z);0\}$ такой, что $\vec{B}=\mu_0\vec{H}^{(np)}=\operatorname{rot}\vec{A}$. При этом компоненты $H_\rho^{(np)}(\rho,z)=-A_{g,z}(\rho,z)/\mu_0$, $H_z^{(np)}(\rho,z)=[A_g(\rho,z)/\rho+A_{g,\rho}(\rho,z)]/\mu_0$. Запятая между индексами обозначает операцию дифференцирования выражения, записанного до запятой, по координате, индекс которой проставлен после запятой.

Подставляя в соотношения (2.12) и (2.13) компоненты вектора напряженности магнитного поля катушки $H_\rho^{(np)}(\rho,z)$ и $H_z^{(np)}(\rho,z)$,

определенные через окружной компонент $A_\vartheta(\rho, z)$ векторного потенциала, получаем

$$R_\rho(z) = -\frac{1}{\mu_0 I^{(np)}} \cdot \frac{\partial F_g(z)}{\partial z}, \quad R_z(z) = \frac{\gamma F_g(z)}{\mu_0 I^{(np)}}, \quad (2.14)$$

где

$$F_g(z) = \int_0^\infty \rho A_\vartheta(\rho, z) J_1(\gamma \rho) d\rho, \quad (2.15)$$

при этом, естественно, предполагается, что выполняются условия физической реализуемости магнитного поля, т. е. $\lim_{\rho \rightarrow \infty} A_\vartheta(\rho, z) = 0$ и $A_\vartheta(0, z) = 0$.

Выражение (2.11) является интегральным преобразованием Ханкеля [15] окружного компонента $A_\vartheta(\rho, z)$ векторного потенциала. Выражения (2.10) дают основания для очевидного, но очень существенного по своим последствиям, вывода о том, что для расчета разности потенциалов $U_{\text{вых}}(\omega)$ нет необходимости в определении величины $A_\vartheta(\rho, z)$. Вполне достаточно знать её интегральный образ $F_g(z)$ по Ханкелю. Этот вывод важен тем, что интегральные образы компонентов векторного потенциала и компонентов вектора напряженности магнитного и (или) электрического полей всегда легко определяются при решении задач электродинамики практически любой сложности. При этом многие из этих задач имеют статус аналитически неразрешимых в терминах компонентов векторного потенциала и компонентов вектора напряженности магнитного и (или) электрического полей.

Для того, чтобы определить функцию $F_g(z)$, необходимо обратиться к уравнению Максвелла:

$$\text{rot } \vec{H}^{(np)} = \vec{J}, \quad (2.16)$$

где \vec{J} - вектор поверхностной плотности сторонних электрических токов, из которого следует, что

$$-A_{g,zz} - A_{g,\rho\rho} - \frac{1}{\rho} A_{g,\rho} + \frac{1}{\rho^2} A_g = R_g(\rho, z), \quad (2.17)$$

$$\text{где } R_g(\rho, z) = \frac{\mu_0 N I^{(np)}}{2\ell(R_2 - R_1)} f(\rho) f(z), \quad f(\rho) = \begin{cases} 1 \forall \rho \in [R_1, R_2], \\ 0 \forall \rho \notin [R_1, R_2], \end{cases} \quad f(z) = \begin{cases} 1 \forall z \in [-\ell, \ell], \\ 0 \forall z \notin [-\ell, \ell]. \end{cases}$$

Символами R_1 и R_2 в определении правой части уравнения (2.17) обозначены радиусы поперечного сечения катушки в плоскости $-\ell \leq x'_3 \leq \ell$

(рис. 1, а); где N - число витков. Воздействуя на левую и правую части уравнения (2.17) интегральным преобразованием (2.15), приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению, решение которого определяет функцию $F_g(z)$:

$$-\frac{\partial^2 F_g(z)}{\partial z^2} + \gamma^2 F_g(z) = R(z), \quad (2.18)$$

$$R(z) = \frac{\mu_0 N I^{(np)}}{2\ell\gamma} R(\gamma) f(z); \quad R(\gamma) = \frac{\pi[\Omega(\gamma R_2) - \Omega(\gamma R_1)]}{2\gamma(R_2 - R_1)}; \quad (2.19)$$

$$\Omega(\gamma R_j) = \gamma R_j [J_1(\gamma R_j) H_0(\gamma R_j) - J_0(\gamma R_j) H_1(\gamma R_j)], \quad j = 1, 2, \quad (2.20)$$

где $J_\nu(x)$ и $H_\nu(x)$ ($\nu = 0, 1$) – функции Бесселя и функции Струве порядка ν [16].

Решение уравнения (2.18) имеет следующий вид

$$F_g(z) = A(z)e^{-\gamma z} + [-B(\ell) + B(z)]e^{\gamma z}, \quad (2.21)$$

где

$$A(z) = \frac{\mu_0 N I^{(np)}}{2\ell\gamma^2} \int_{-\ell}^z e^{\gamma\xi} d\xi, \quad B(z) = -\frac{\mu_0 N I^{(np)}}{2\ell\gamma^2} \int_{-\ell}^z e^{-\gamma\xi} d\xi. \quad (2.22)$$

Общее решение (2.21) с варьируемыми постоянными, определенными выражениями (2.22), удовлетворяет неоднородному дифференциальному уравнению (2.18) и условиям физической реализуемости источника магнитного поля, т. е. предельным условиям $\lim_{|z| \rightarrow \infty} F_g(z) = 0$.

При $z < -\ell$ (см. рис. 2.1) интегральный образ окружного компонента векторного потенциала определяется следующим выражением

$$F_g(z) = \frac{\mu_0 N I^{(np)}}{\gamma^2} R(\gamma) \frac{sh(\gamma\ell)}{\gamma\ell} e^{\gamma z}. \quad (2.23)$$

Подставляя определение (2.23) функции $F_g(z)$ в соотношения (2.14), а полученные результаты в формулу для расчета амплитудного значения разности электрических потенциалов (2.11), получаем

$$U_{\text{вых}}(\omega) = i\omega W_K^*(\ell, R, \gamma) \Phi(\gamma) J_0(\gamma R_0), \quad (2.24)$$

где $W_K^*(\ell, R, \gamma) = R(\gamma) \frac{sh\gamma\ell}{\gamma\ell} e^{-\gamma\ell}$ - частотная характеристика электрического контура приемника переменного магнитного поля в форме катушки;

$\Phi(\gamma)$ – пронизывающий поперечное сечение катушки поток магнитной индукции

$$\Phi(\gamma) = 2\pi \frac{\mu_0 N}{\gamma} \int_{-(d+b)}^0 [i M_2(x_3) - M_3(x_3)] e^{\gamma x_3} dx_3, \quad (2.25)$$

где d – толщина металлического листа.

Конкретный вид и свойства функции $\Phi(\gamma)$ определяются типом регистрируемых волн и материальными константами металла. Так как в рассматриваемом плоском волновом поле возможны параллельные переносы координатной оси Ox_2 , то расстояние R_0 в аргументе Бесселевой функции в формуле (2.24) отсчитывается вдоль оси Ox_2 (см. рис. 2.1).

Так как параметр $b = \ell + \delta$, где δ – расстояние между нижней плоскостью катушки и поверхностью металлического листа (рис. 1, а), то выражение для расчета частотной характеристики $W_K^*(\ell, R, \gamma)$ целесообразно записать в следующем виде

$$W_K^*(\ell, R, \gamma) = R(\gamma) \frac{1 - e^{-2\gamma\ell}}{2\gamma\ell} e^{-\gamma\delta}. \quad (2.26)$$

На рис. 2 показаны результаты расчетов частотной характеристики катушки в режиме приема плоских ультразвуковых волн. В ходе расчетов были установлены значения параметров $b = 1,05 R_1$ и $\ell = R_1$. Изменяющимся параметром данной серии вычислений было принято отношение R_2/R_1 . Значения этого отношения указаны на врезке в поле рисунка. По оси абсцисс на рис. 2 откладываются значения безразмерной частоты, т. е. величины γR_1 . По оси ординат откладываются значения модуля функции $W_K^*(\ell, R, \gamma)$.

Когда круговая частота $\omega \rightarrow 0$ длина ультразвуковой волны неограниченно возрастает и поток магнитного поля рассеяния стремится к нулю. По этой причине $W_K^*(\ell, R, \gamma) = 0$. В области малых значений γR_1 функция $W_K^*(\ell, R, \gamma)$ изменяется как ω^2 . По мере увеличения частоты (безразмерного волнового числа γR_1) длина ультразвуковой волны уменьшается и начинает возрастать интенсивность потока магнитного поля рассеяния. Абсолютные значения функции $W_K^*(\ell, R, \gamma)$ возрастают и достигают максимального значения в окрестности частоты, на которой длина ультразвуковой волны примерно вдвое превосходит внутренний диаметр катушки. При этом через витки катушки проходят силовые линии магнитного поля, которые ориентированы одинаковым образом, т. е. направлены в одну

сторону – вверх или вниз. При дальнейшем возрастании частоты и соответствующем этому уменьшению длины волны через поперечное сечение катушки, перпендикулярное оси Oz , начинают проходить встречно ориентированные потоки магнитного поля рассеяния. При этом результирующий поток через сечение катушки $z = 0$ начинает уменьшаться.

Этому, естественно, соответствует уменьшение значений функции $W_K^*(\ell, R, \gamma)$.

На некоторых частотах величины встречно ориентированных потоков сравниваются, и суммарный поток через витки катушки становится равным нулю. При достижении функцией $W_K^*(\ell, R, \gamma)$ нулевой отметки, вновь наблюдается возрастание и последующее убывание её абсолютных значений.

При умеренных отношениях $R_2/R_1 \cong 1,25$ первые нули функции $W_K^*(\ell, R, \gamma)$

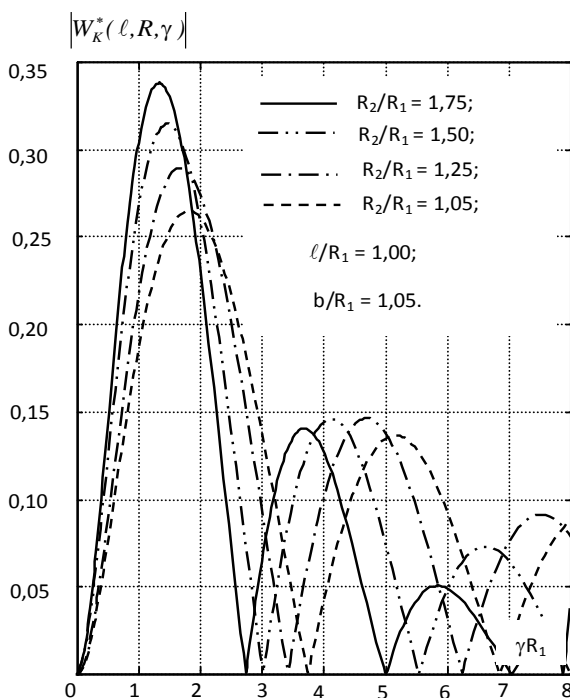


Рис. 2 – Частотная характеристика приемника переменного магнитного поля в составе регистрирующего ультразвуковые волны преобразователя

можно приближенно определить из равенства $\gamma R_1 \approx m\pi$, где $m = 0, 1, 2, \dots$.

На рис. 3 показана зависимость частотной характеристики катушки от толщины укладки витков.

Значения параметра ℓ/R_1 показаны цифрами возле соответствующих кривых. Расчеты модуля функции $W_K^*(\ell, R, \gamma)$, значения которого отсчитываются по оси ординат, были рассчитаны при фиксированных значениях $R_2/R_1 = 1,25$ и $\delta/R_1 = 0,05$. Отчетливо видно, что положение нулей функции $W_K^*(\ell, R, \gamma)$ на оси безразмерных волновых чисел γR_1 остается неизменным при изменении толщины катушки в достаточно больших пределах. Максимальные значения функции $W_K^*(\ell, R, \gamma)$ при увеличении толщины катушки уменьшаются и заметно смещаются в сторону низких частот. Эти изменения легко объясняются интерференцией потоков магнитного поля рассеяния в объеме катушки.

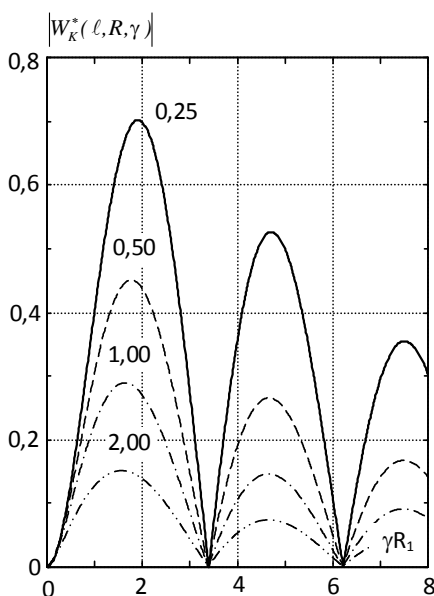


Рис. 3 – Зависимость частотной характеристики катушки от толщины укладки витков

Таким образом, можно сделать вывод о том, что размеры электрического контура приемника переменного магнитного поля определяют диапазон частот, в котором происходит эффективная регистрация ультразвуковых волн электромагнитным способом. При этом любое увеличение размеров контура и расстояния от поверхности металлического листа сопровождается уменьшением ширины этого диапазона частот и смещением его в область низких частот.

3. Регистрация радиально распространяющихся ультразвуковых волн. Теперь рассмотрим случай, когда длина пробега ультразвуковой волны существенно превосходит линейные размеры источника. Эта ситуация является модельной при математическом описании процесса регистрации ультразвуковых волн, которые возбуждаются единичным источником в системах выборочного ультразвукового контроля. В такой постановке необходимо рассматривать цилиндрические, радиально распространяющиеся, ультразвуковые волны в изотропном упругом слое.

Предположим, что в металлической пластине толщиной $2h$ (позиция 2 на рис. 4, а) действует цилиндрический источник (позиция 1), который излучает осесимметричные, гармонически изменяющиеся во времени по закону $e^{i\omega t}$, ультразвуковые волны. За пределами источника амплитудные значения компонентов вектора смещения определяются следующим образом:

$$u_r(r, z) = U_r(\gamma, z)H_1^{(2)}(\gamma r), u_z(r, z) = U_z(\gamma, z)H_0^{(2)}(\gamma r), \quad (3.1)$$

где r, z – координатные оси цилиндрической системы координат, связанной с осью симметрии источника возмущений (рис. 4, б);

$U_\beta(\gamma, z)$ ($\beta = r, z$) – известные по условию решаемой задачи функции, которые определяются типом распространяющейся волны Лэмба;

γ – волновое число;

$H_\nu^{(2)}(\gamma r)$ ($\nu = 0, 1$) – функции Ханкеля второго рода порядка ν .

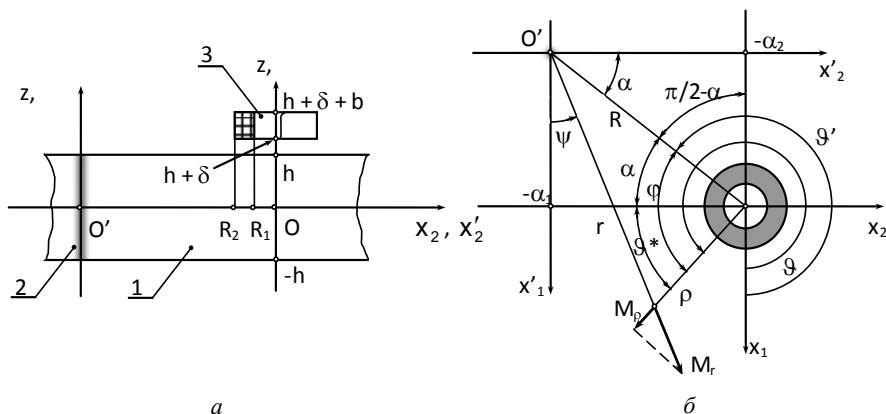


Рис. 4 – Взаимное расположение источника и приемника (а) ультразвуковых волн и расчетная схема (б) для разложения по цилиндрическим функциям системы координат (ρ, ϑ, z)

Как и ранее будем полагать, что лист изготовлен из ферромагнетика. В этом случае основными механизмами преобразования энергии в присутствии

постоянного поля подмагничивания являются прямой и обратный магнитострикционные эффекты. При этом амплитуда разности электрических потенциалов на клеммах катушки – приемника переменного магнитного поля (позиция 3 на рис. 4, а) определяется по формуле (1.2), которую в данном модельном представлении необходимо записать в следующем виде

$$U_{\text{вых}}(\omega) = -i\omega \frac{\mu_0}{I^{(np)}} \int_0^\infty \int_{-h}^{2\pi} \int \rho \vec{M}(r, \psi, z, \omega) \cdot \vec{H}^{(np)}(\rho, \vartheta, z) dz d\vartheta d\rho, \quad (3.2)$$

где ρ, ϑ, z – координатные оси цилиндрической системы координат, связанной с осью симметрии катушки (рис. 4, б).

Вычисление разности электрических потенциалов $U_{\text{вых}}(\omega)$ осуществляется в два этапа. На первом этапе определяется динамическая намагниченность, т. е. решается граничная задача (1.10) – (1.14), а на втором этапе определяются компоненты вектора $\vec{H}^{(np)}(\rho, \vartheta, z)$.

Приступая к вычислению динамической намагниченности, будем полагать, что ферромагнитная пластина находится в однородном постоянном поле подмагничивания, вектор напряженности которого полностью определяется аксиальным компонентом H_z^0 . В этом случае компоненты вектора магнитной индукции \vec{B} , которые входят в определение (1.3) динамической намагниченности, а сами определяются соотношением (1.4), необходимо записать в следующем виде

$$B_r = B_r^v(\gamma, z) H_1^{(2)}(\gamma r) + \mu_1^\varepsilon H_r, \quad B_z = B_z^v(\gamma, z) H_0^{(2)}(\gamma r) + \mu_3^\varepsilon H_z, \quad (3.3)$$

где $B_r^v(\gamma, z)$ и $B_z^v(\gamma, z)$ – радиальный и аксиальный компоненты вектора магнитной индукции Виллари, которые определяют магнитную поляризацию ферромагнетика, обусловленную обратным магнитострикционным эффектом. Эти величины рассчитываются по следующим формулам

$$B_r^v(\gamma, z) = \frac{m_1 - m_2}{2} H_z^0 \left[-\gamma U_z(\gamma, z) + U_{r,z}(\gamma, z) \right]; \quad (3.4)$$

$$B_z^v(\gamma, z) = m_2 H_z^0 \left[\gamma U_r(\gamma, z) + \frac{m_1}{m_2} U_{z,z}(\gamma, z) \right]. \quad (3.5)$$

Компоненты $\vec{h}(r, z)$ вектора напряженности внутреннего магнитного поля обязаны удовлетворять уравнениям Максвелла, которые, в случае осевой симметрии и $h_\psi(r, z) = 0$, сводятся к следующей системе дифференциальных уравнений:

$$-h_{r,zz}(r, z) + h_{z,rz}(r, z) + i\omega\mu_1^\varepsilon r_2 h_r(r, z) = -i\omega r_2 B_r^v(\gamma, z) H_1^{(2)}(\gamma r), \quad (3.6)$$

$$\frac{1}{r} h_{r,z}(r, z) - \frac{1}{r} h_{z,r}(r, z) + h_{r,rz}(r, z) - h_{z,rr}(r, z) + i\omega\mu_3^\varepsilon r_2 h_z(r, z) = -i\omega r_2 B_z^v(\gamma, z) H_0^{(2)}(\gamma r), \quad (3.7)$$

где r_2 – удельная электрическая проводимость ферромагнетика в плоскости, перпендикулярной направлению вектора напряженности постоянного поля подмагничивания.

Очевидно, что решения системы уравнений (3.6), (3.7) целесообразно искать в следующем виде:

$$h_r(r, z) = h_r(\gamma, z) H_1^{(2)}(\gamma r), \quad h_z(r, z) = h_z(\gamma, z) H_0^{(2)}(\gamma r). \quad (3.8)$$

Подстановка предполагаемых решений (3.8) в систему уравнений (3.6) и (4.7) обращает её в систему обыкновенных неоднородных дифференциальных уравнений следующего вида

$$-\frac{d^2 h_r(\gamma, z)}{dz^2} - \gamma \frac{dh_z(\gamma, z)}{dz} + i\omega r_2 \mu_1^\varepsilon h_r(\gamma, z) = -i\omega r_2 B_r^v(\gamma, z), \quad (3.9)$$

$$\gamma \frac{dh_r(\gamma, z)}{dz} + \xi^2 h_z(\gamma, z) = -i\omega r_2 B_z^v(\gamma, z), \quad (3.10)$$

где $\xi^2 = \gamma^2 + i\omega r_2 \mu_3^\varepsilon$ – комплексное волновое число, которое учитывает факт существования вихревых токов в объеме динамически намагничиваемого металла. Нетрудно показать, что до частоты порядка 100 МГц выполняется сильное неравенство $|i\omega r_2 \mu_3^\varepsilon| \gg \gamma^2$. По этой причине в дальнейшем будем полагать, что $\xi = \sqrt{i\omega r_2 \mu_3^\varepsilon}$.

Из уравнения (3.10) определяется аксиальный компонент вектора напряженности внутреннего магнитного поля

$$h_z(\gamma, z) = -\frac{1}{\mu_3^\varepsilon} B_z^v(\gamma, z) - \frac{\gamma}{\xi^2} \frac{dh_r(\gamma, z)}{dz}. \quad (3.11)$$

Подстановка выражения (3.11) в уравнение (3.9) позволяет привести его к следующему виду

$$\frac{d^2 h_r(\gamma, z)}{dz^2} - \xi^2 h_r(\gamma, z) = H_0(z), \quad (3.12)$$

где $\zeta^2 = i\omega r_2 \mu_1^\varepsilon$; $H_0(z) = \frac{1}{\mu_3^\varepsilon} \left[\gamma \frac{dB_z^\vee(\gamma, z)}{dz} + \zeta^2 B_r^\vee(\gamma, z) \right]$.

Решение уравнения (3.12) осуществляется по стандартной схеме и выражения для расчета радиального и аксиального компонентов вектора напряженности внутреннего магнитного поля записываются следующим образом

$$h_r(r, z) = \left\{ \begin{aligned} & \left[A - \frac{1}{\zeta} \int_{-h}^z H_0(\xi) sh \zeta \xi d\xi \right] ch \zeta z + \\ & + \left[B + \frac{1}{\zeta} \int_{-h}^z H_0(\xi) ch \zeta \xi d\xi \right] sh \zeta z \end{aligned} \right\} H_1^{(2)}(\gamma), \quad (3.13)$$

$$h_z(r, z) = \left\{ -\frac{1}{\mu_3^\varepsilon} B_z^\vee(\gamma, z) - \frac{\gamma \mu_1^\varepsilon}{\zeta \mu_3^\varepsilon} \left[A - \frac{1}{\zeta} \int_{-h}^z H_0(\xi) sh \zeta \xi d\xi \right] sh \zeta z - \right. \\ \left. - \frac{\gamma \mu_1^\varepsilon}{\zeta \mu_3^\varepsilon} \left[B + \frac{1}{\zeta} \int_{-h}^z H_0(\xi) ch \zeta \xi d\xi \right] sh \zeta z \right\} H_0^{(2)}(\gamma). \quad (3.14)$$

Константы A и B определяются из условий сопряжения внутреннего магнитного поля с электромагнитным полем рассеяния, которое излучается деформируемым ферромагнитным листом в окружающее пространство. Компоненты вектора напряженности магнитного поля рассеяния определяются из решения граничной задачи (1.13) – (1.14) и задаются следующими выражениями:

а) для области $h \leq z < \infty$:

$$\tilde{H}_r^{(+)}(r, z) = D e^{-\gamma z} H_1^{(2)}(\gamma), \quad \tilde{H}_z^{(+)}(r, z) = D e^{-\gamma z} H_0^{(2)}(\gamma); \quad (3.15)$$

б) для области $-\infty < z \leq -h$:

$$\tilde{H}_r^{(-)}(r, z) = C e^{\gamma z} H_1^{(2)}(\gamma), \quad \tilde{H}_z^{(-)}(r, z) = -C e^{\gamma z} H_0^{(2)}(\gamma), \quad (3.16)$$

где C и D – подлежащие определению константы.

На границах разделов сред $z = \pm h$ с различными магнитными свойствами должны выполняться следующие условия [7]:

$$h_r(r, h) - \tilde{H}_r^{(+)}(r, h) = 0, \quad B_z(r, h) - \mu_0 \tilde{H}_z^{(+)}(r, h) = 0, \\ h_r(r, -h) - \tilde{H}_r^{(-)}(r, -h) = 0, \quad B_z(r, -h) - \mu_0 \tilde{H}_z^{(-)}(r, -h) = 0. \quad (3.18)$$

Подставляя в граничные условия (3.18) определения компонентов вектора напряженности магнитных полей (3.13) – (3.16), получаем неоднородную систему линейных алгебраических уравнений, которая решается относительно искомых констант A , B , C и D единственным образом. Определитель этой системы уравнений записывается в следующем виде

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} ch\zeta h & sh\zeta h & 0 & -e^{-\gamma h} \\ sh\zeta h & ch\zeta h & 0 & qe^{-\gamma h} \\ ch\zeta h & -sh\zeta h & -e^{-\gamma h} & 0 \\ -sh\zeta h & ch\zeta h & -qe^{-\gamma h} & 0 \end{vmatrix} \approx q^2 e^{-2\gamma h} sh 2\zeta h, \quad (3.19)$$

где $q = (\zeta\mu_0)/(\gamma\mu_1^e)$; при записи соотношения (3.19) было учтено, что $|q| \gg 1$.

Алгебраические дополнения при константах A и B записываются следующим образом:

$$\Delta(A) = \begin{vmatrix} Q_1 & sh\zeta h & 0 & -e^{-\gamma h} \\ Q_2 & ch\zeta h & 0 & qe^{-\gamma h} \\ 0 & -sh\zeta h & -e^{-\gamma h} & 0 \\ 0 & ch\zeta h & -qe^{-\gamma h} & 0 \end{vmatrix},$$

$$\Delta(B) = \begin{vmatrix} ch\zeta h & Q_1 & 0 & -e^{-\gamma h} \\ sh\zeta h & Q_2 & 0 & qe^{-\gamma h} \\ ch\zeta h & 0 & -e^{-\gamma h} & 0 \\ -sh\zeta h & 0 & -qe^{-\gamma h} & 0 \end{vmatrix}, \quad (3.20)$$

где

$$Q_1 = \frac{1}{\zeta} \left[ch\zeta h \int_{-h}^h H_0(x) sh\zeta x dx - sh\zeta h \int_{-h}^h H_0(x) ch\zeta x dx \right], \quad (3.21)$$

$$Q_2 = \frac{1}{\zeta} \left[sh\zeta h \int_{-h}^h H_0(x) sh\zeta x dx - ch\zeta h \int_{-h}^h H_0(x) ch\zeta x dx \right]. \quad (3.22)$$

Если принять во внимание, что $|q| \gg 1$, то величины $\Delta(A)$ и $\Delta(B)$ определяются следующим образом

$$\Delta(A) \approx -Q_1 q^2 e^{-2\gamma h} sh\zeta h, \quad \Delta(B) \approx -Q_1 q^2 e^{-2\gamma h} ch\zeta h, \quad (3.23)$$

откуда следует, что

$$A = -\frac{Q_1}{2ch\zeta h}, \quad B = -\frac{Q_1}{2sh\zeta h}. \quad (3.24)$$

Подставляя выражения (3.24) в соотношения (3.13) и (3.14), получаем следующие определения компонентов вектора напряженности внутреннего магнитного поля

$$h_r(\gamma, r) = \frac{1}{\zeta} \left\{ \int_{-h}^z H_0(x) sh[\zeta(z-x)] dx - \frac{sh[\zeta(h+z)]}{sh 2\zeta h} \int_{-h}^h H_0(x) sh[\zeta(h-x)] dx \right\}, \quad (3.25)$$

$$h_z(\gamma, r) = -\frac{1}{\mu_3^\varepsilon} B_z^v(\gamma, z) - \frac{\gamma \mu_1^\varepsilon}{\zeta^2 \mu_3^\varepsilon} \left\{ \int_{-h}^z H_0(x) ch[\zeta(z-x)] dx - \frac{ch[\zeta(h+z)]}{sh 2\zeta h} \int_{-h}^h H_0(x) ch[\zeta(h-x)] dx \right\}, \quad (3.26)$$

Из расчетных формул (3.13), (3.14) следует, что компоненты $h_r(\gamma, z)$ и $h_z(\gamma, z)$ вектора напряженности внутреннего магнитного поля имеют конечные значения во всей области существования $-h \leq z \leq h$ волнового поля упругих смещений материальных частиц деформируемого ферромагнетика.

Таким образом, компоненты вектора динамической намагниченности $M_r(r, z)$ и $M_z(r, z)$ можно представить в следующем виде:

$$M_r(r, z) = M_r(\gamma, z) H_1^{(2)}(\gamma r), \quad M_z(r, z) = M_z(\gamma, z) H_0^{(2)}(\gamma r), \quad (3.27)$$

где
$$M_r(\gamma, z) = \frac{1}{\mu_0} B_r^v(\gamma, z) + \left(\frac{\mu_1^\varepsilon}{\mu_0} - 1 \right) h_r(\gamma, z),$$

$$M_z(\gamma, z) = \frac{1}{\mu_0} B_z^v(\gamma, z) + \left(\frac{\mu_3^\varepsilon}{\mu_0} - 1 \right) h_z(\gamma, z); \text{ функции } h_r(\gamma, z) \text{ и } h_z(\gamma, z)$$

определены соотношениями (3.19) и (3.20).

Для выполнения вычислений, предусмотренных формулой (3.2), необходимо переопределить компоненты вектора $\vec{M}(r, z)$ в системе координат (ρ, ϑ, z) , которая связана с осью симметрии катушки (рис. 4,б).

Эту операцию можно выполнить за три шага следующим образом.

Шаг первый.

Выполняется переход от системы координат (r, ψ, z) к связанной с ней правовинтовой декартовой системе координат (x'_1, x'_2, x') (рис. 4,б) по формулам:

$$M'_1(x'_k) = M_r(r, z) \cos \psi = \frac{x'_1 M_r(x'_k)}{\sqrt{(x'_1)^2 + (x'_2)^2}}, \quad (3.28)$$

$$M'_2(x'_k) = M_r(r, z) \sin \psi = \frac{x'_2 M_r(x'_k)}{\sqrt{(x'_1)^2 + (x'_2)^2}}, \quad (3.29)$$

$$M'_3(x'_k) = M_z(r, z) = M'_z(x'_k). \quad (3.30)$$

Шаг второй.

В формулах (3.28–3.30) выполняется переход к правовинтовой декартовой системе координат (x_1, x_2, x_3) (рис. 4, б), которая связана с осью симметрии катушки. Переход осуществляется следующим образом:

$$M_k(x_m) = M'_k(x'_m), \quad k = 1, 2, 3, \quad (3.31)$$

где компоненты $M'_k(x'_m)$ заданы соотношениями (3.28–3.30). Аргументы x'_m этих функций заменяются на аргументы x_m по формулам: $x'_1 = x_1 + \alpha_1$, $x'_2 = x_2 + \alpha_2$ и $x'_3 = x_3$.

Шаг третий.

По известным компонентам $M_k(x_m)$ определяются компоненты $M_\rho(\rho, \vartheta, z)$, $M_\vartheta(\rho, \vartheta, z)$ и $M_z(\rho, \vartheta, z)$ в цилиндрической системе координат, ось Oz которой связана с осью симметрии катушки. Переход выполняется по стандартным формулам:

$$M_\rho(\rho, \vartheta, z) = M_1(\rho, \vartheta, z) \cos \vartheta + M_2(\rho, \vartheta, z) \sin \vartheta, \quad (3.32)$$

$$M_\vartheta(\rho, \vartheta, z) = -M_1(\rho, \vartheta, z) \sin \vartheta + M_2(\rho, \vartheta, z) \cos \vartheta, \quad (3.33)$$

$$M_z(\rho, \vartheta, z) = M_3(\rho, \vartheta, z), \quad (3.34)$$

где функции $M_k(\rho, \vartheta, z)$ ($k = 1, 2, 3$) заданы соотношениями (3.31) в которых аргументы $x_1 = \rho \cos \vartheta$, $x_2 = \rho \sin \vartheta$ и $x_3 = z$.

Выполнив необходимые вычисления, получаем для расчета величин $M_\rho(\rho, \vartheta, z)$ и $M_z(\rho, \vartheta, z)$ следующие формулы:

$$M_\rho(\rho, \vartheta, z) = M_r(\gamma, z) \frac{(\rho - R_0 \cos \varphi)}{\sqrt{\rho^2 + R_0^2 - 2\rho R_0 \cos \varphi}} H_1^{(2)} \left(\gamma \sqrt{\rho^2 + R_0^2 - 2\rho R_0 \cos \varphi} \right), \quad (3.35)$$

$$M_z(\rho, \vartheta, z) = M_z(\gamma, z) H_0^{(2)} \left(\gamma \sqrt{\rho^2 + R_0^2 - 2\rho R_0 \cos \varphi} \right), \quad (3.36)$$

где $R = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}$;

φ - угол между отрезками R_0 и ρ (см. рис. 4, б).

Известно [14] разложение

$$H_0^{(2)}\left(\gamma\sqrt{\rho^2 + R_p^2 - 2\rho R_0 \cos \varphi}\right) = J_0(\gamma\rho)H_0^{(2)}(\gamma R_0) + 2\sum_{n=1}^{\infty} J_n(\gamma\rho)H_n^{(2)}(\gamma R_0) \cos n\varphi. \quad (3.37)$$

Так как $\varphi = \vartheta - \vartheta'$ (см. рис. 4, б), то

$$\int_0^{2\pi} H_0^{(2)}\left(\gamma\sqrt{\rho^2 + R_p^2 - 2\rho R_0 \cos(\vartheta - \vartheta')}\right) d\vartheta = J_0(\gamma\rho)H_0^{(2)}(\gamma R_0) \int_0^{2\pi} d\vartheta + \quad (3.38)$$

$$+ 2\sum_{n=1}^{\infty} J_n(\gamma\rho)H_n^{(2)}(\gamma R_0) \int_0^{2\pi} \cos[n(\vartheta - \vartheta')] d\vartheta. \quad (3.39)$$

Совершенно ясно, что последнее выражение должно быть записано в виде

$$\int_0^{2\pi} H_0^{(2)}\left(\gamma\sqrt{\rho^2 + R_0^2 - 2\rho R_0 \cos(\vartheta - \vartheta')}\right) d\vartheta = 2\pi J_0(\gamma\rho)H_0^{(2)}(\gamma R_0). \quad (3.40)$$

Дифференцируя левую и правую части соотношения (3.38) по параметру ρ , получаем следующий результат:

$$\int_0^{2\pi} \frac{[\rho - R_0 \cos(\vartheta - \vartheta')]H_1^{(2)}\left(\gamma\sqrt{\rho^2 + R_0^2 - 2\rho R_0 \cos(\vartheta - \vartheta')}\right)}{\sqrt{\rho^2 + R_0^2 - 2\rho R_0 \cos(\vartheta - \vartheta')}} d\vartheta = 2\pi J_1(\gamma\rho)H_0^{(2)}(\gamma R_0). \quad (3.41)$$

Принимая во внимание интегралы (3.38) и (3.39), соотношение (3.2) для расчета $U_{\text{вых}}(\omega)$ можно записать в следующем виде:

$$U_{\text{вых}}(\omega) = -2\pi i \omega \frac{H_0}{I^{(np)}} H_0^{(2)}(\gamma R_0) \int_{-h}^h [M_r(\gamma, z)H_{\rho}^{(np)}(\gamma, z) + M_z(\gamma, z)H_z^{(np)}(\gamma, z)] dz, \quad (3.42)$$

где интегральные образы компонентов вектора напряженности магнитного поля электрического контура приемника переменного магнитного поля рассчитываются по формулам:

$$H_{\rho}^{(np)}(\gamma, z) = \int_0^{\infty} \rho H_{\rho}^{(np)}(\rho, z) J_1(\gamma\rho) d\rho, \quad H_z^{(np)}(\gamma, z) = \int_0^{\infty} \rho H_z^{(np)}(\rho, z) J_0(\gamma\rho) d\rho. \quad (3.43)$$

Вновь, как и при описании процесса регистрации плоской ультразвуковой волны, приходим к заключению, что для вычисления разности электрических потенциалов на электрическом выходе преобразователя электромагнитного типа, необходимо определять не компоненты вектора напряженности

магнитного поля электрического контура приемника переменного магнитного поля, а их интегральные образы, которые задаются соотношениями (3.43). Выполнив те же вычисления, что и при расчете регистрации плоской волны, получаем

$$H_{\rho}^{(np)}(\gamma, z) = -\frac{N I^{(np)}}{2\gamma} W_K(b, R, \gamma) e^{\gamma(z-h)}, \quad H_z^{(np)}(\gamma, z) = \frac{N I^{(np)}}{2\gamma} W_K(b, R, \gamma) e^{\gamma(z-h)}, \quad (3.44)$$

$$\text{где } W_K(b, R, \gamma) = R(\gamma) \frac{1 - e^{-\gamma b}}{\gamma b} e^{-\gamma \delta}; \quad R(\gamma) = \frac{\pi [\Omega(\gamma R_2) - \Omega(\gamma R_1)]}{2\gamma(R_2 - R_1)};$$

$\Omega(\gamma R_j) = \gamma R_j [J_1(\gamma R_j) H_0(\gamma R_j) - J_0(\gamma R_j) H_1(\gamma R_j)]$, $(j = 1, 2)$; $H_{\nu}(\gamma R_j)$ – функции Струве.

Подставляя соотношения (3.44) в формулу (3.42) получаем

$$U_{\text{вых}}(\omega) = i\pi \frac{\omega}{\gamma} \mu_0 N W_K(b, R, \gamma) H_0^{(2)}(\gamma R_0) e^{-\gamma h} \int_{-h}^h [M_r(\gamma, z) - M_z(\gamma, z)] e^{\gamma z} dz. \quad (3.45)$$

Интеграл в формуле (3.45) зависит от кинематических характеристик волн Лэмба и от физико-механических параметров ферромагнетика. В результате его вычисления формируется частотно-зависимая функция, которую можно назвать частотной характеристикой магнитострикционного механизма электромагнитного способа регистрации ультразвуковых волн в металлах.

4. Модельный пример – регистрация радиально распространяющихся волн Рэлея. Рассмотрим упругое изотропное полупространство $(0 \leq r < \infty, 0 \leq \psi \leq 2\pi, -\infty < z' \leq 0)$ (рис. 5), в котором существуют гармонически изменяющиеся во времени по закону $e^{i\omega t}$ поверхностные волны Рэлея. В случае осевой симметрии, когда отсутствует зависимость характеристик и параметров волнового поля от полярного угла ψ цилиндрической системы координат (r, ψ, z') (рис. 5), радиально распространяющаяся из точки O' как из центра волна Рэлея создает смещения материальных частиц упругого полупространства, которые можно описать с помощью вектора $\vec{u}(r, z', t) = \vec{u}(r, z') e^{i\omega t}$.

Пространственно развитая амплитуда $\vec{u}(r, z')$ гармонически изменяющегося во времени волнового поля смещений материальных частиц упругого полупространства полностью определяется радиальным $u_r(r, z')$ и аксиальным $u_z(r, z')$ компонентами, выражения для расчета которых имеют следующий вид

$$u_r(r, z') = R u_r(z') H_1^{(2)}(\gamma r), \quad u_z(r, z') = R u_z(z') H_0^{(2)}(\gamma r), \quad (4.1)$$

где R - зависящий от частоты амплитудный множитель рэлеевской волны с размерностью метр в квадрате, величина которого известна по смыслу постановки задачи;

$u_r(z')$ и $u_z(z')$ - частотно зависимые функции координаты z' с размерностью единица деленная на метр;

$H_\nu^{(2)}(\gamma r)$ ($\nu = 0, 1$) - функции Ханкеля второго рода порядка ν ;

$\gamma = \omega/v_R$ - волновое число поверхностной волны;

v_R - скорость распространения волны Рэлея в радиальном направлении.

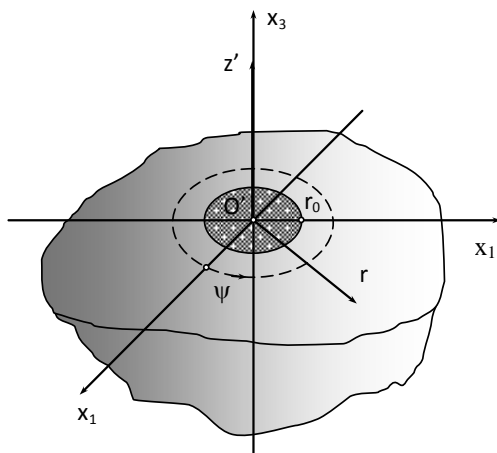


Рис. 5 – К определению компонентов вектора смещения материальных частиц упругого полупространства

Функции $u_r(z')$ и $u_z(z')$ определяются следующим образом:

$$u_r(z') = -\gamma \left(e^{\alpha z'} - \frac{2\alpha\beta}{\gamma^2 + \beta^2} e^{\beta z'} \right), \quad u_z(z') = \alpha \left(e^{\alpha z'} - \frac{2\gamma^2}{\gamma^2 + \beta^2} e^{\beta z'} \right), \quad (4.2)$$

где α и β - отстающие по фазе на угол $\pi/2$ проекции волновых векторов \vec{k}_ℓ и \vec{k}_s невзаимодействующих продольной и сдвиговой волн на координатную ось Oz' . При этом $k_\ell^2 = \gamma^2 - \alpha^2$ и $k_s^2 = \gamma^2 - \beta^2$; квадраты модулей волновых векторов рассчитываются по формулам: $k_\ell^2 = \omega^2 \rho_0 / (\lambda + 2G)$ и $k_s^2 = \omega^2 \rho_0 / G$; ρ_0 , λ и G - плотность и модули упругости материала, который заполняет полупространство.

Волновые числа α , β и γ определяются условием существования волны Рэлея, т. е. соотношением следующего вида

$$(\gamma^2 + \beta^2)^2 - 4\gamma^2\alpha\beta = 0, \quad (4.3)$$

которое довольно часто и, надо сказать, неудачно, называют дисперсионным уравнением Рэлея. Из соотношения (4.3) легко определяются безразмерные волновые числа $\gamma = \gamma/k_s$, $\alpha = \alpha/k_s$ и $\beta = \beta/k_s$, и, естественно, безразмерная скорость распространения волны Рэлея $v_R = v_R/v_s$, где $v_s = \sqrt{G/\rho_0}$ - скорость волн сдвига.

В таблице приведены значения безразмерных волновых чисел α , β , γ и безразмерной (относительной) скорости v_R для различных значений коэффициента Пуассона ν упругого материала, который заполняет полупространство $z' < 0$.

Таблица – Безразмерные волновые числа и скорости поверхностных волн Рэлея для различных значений коэффициента Пуассона

ν	α/k_s	β/k_s	γ/k_s	v_R/v_s
0,00	0,899454	0,555893	1,144123	0,874032
0,02	0,898689	0,545378	1,139051	0,877924
0,04	0,898302	0,534895	1,134069	0,881781
0,06	0,898311	0,524450	1,129180	0,885599
0,08	0,898732	0,514044	1,124385	0,889375
0,10	0,899587	0,503688	1,119688	0,893106
0,12	0,900891	0,493380	1,115089	0,896790
0,14	0,902665	0,483123	1,110589	0,900423
0,16	0,904929	0,472925	1,106191	0,904003
0,18	0,907704	0,462785	1,101894	0,907528
0,20	0,911013	0,452709	1,097700	0,910996
0,22	0,914879	0,442696	1,093608	0,914404
0,24	0,919329	0,432749	1,089620	0,917752
0,26	0,924386	0,422869	1,085734	0,921036
0,28	0,930086	0,413057	1,081950	0,924257
0,30	0,936456	0,403316	1,078269	0,927413
0,32	0,943530	0,393642	1,074688	0,930503
0,34	0,951347	0,384037	1,071207	0,933526
0,36	0,959948	0,374500	1,067825	0,936483
0,38	0,969380	0,365028	1,064540	0,939373
0,40	0,979693	0,355621	1,061351	0,942195
0,42	0,990946	0,346274	1,058256	0,944951
0,44	1,003203	0,336985	1,055253	0,947640
0,46	1,016536	0,327749	1,052340	0,950263
0,48	1,031030	0,318565	1,049516	0,952820
0,50	1,046778	0,309426	1,046778	0,955313

Из приведенных данных следует, что скорость распространения рэлеевской волны для материалов с наиболее распространенными значениями коэффициентов Пуассона, которые находятся в пределах чисел $0,2 \leq \nu \leq 0,4$, весьма незначительно отличается от скорости распространения волны сдвига. По этой причине при постановке и выполнении реальных экспериментов необходимо осуществлять очень точные измерения для того, чтобы отличить эти два типа волн друг от друга.

Если предположить, что полупространство $z' \leq 0$ заполнено аксиально намагниченным ферромагнетиком (поле подмагничивания ориентировано вдоль оси Oz' и полностью определяется аксиальным компонентом H_z^0) и при этом напряженность поля подмагничивания H_z^0 не зависит от значений координат точки наблюдения, то заданные соотношениями (4.1) и (4.2) смещения материальных частиц деформируемого ферромагнетика образуют осесимметричный вектор $\vec{B}^V(r, z')$ магнитной индукции Виллари, компоненты которого $B_r^V(r, z')$ и $B_z^V(r, z')$ определяются следующим образом:

$$B_r^V(r, z') = B_r^V(z')H_1^{(2)}(\gamma r), \quad B_z^V(r, z') = B_z^V(z')H_0^{(2)}(\gamma r), \quad (4.4)$$

где $B_r^V(z') = -R(m_1 - m_2)H_z^0\gamma\alpha(e^{\alpha z'} - e^{\beta z'})$,

$$B_z^V(z') = Rm_1 H_z^0(\alpha^2 - \gamma^2 m_2/m_1)e^{\alpha z'}.$$

При таком определении компонентов вектора магнитной индукции Виллари правая часть уравнения (3.10) будет описываться следующим выражением

$$H_0(z') = \frac{RH_z^0}{\mu_3^\epsilon} \left[m_1 \left(\alpha^2 - \gamma^2 \frac{m_2}{m_1} \right) \gamma \alpha e^{\alpha z'} - \right. \\ \left. - \xi^2 (m_1 - m_2) \gamma \alpha (e^{\alpha z'} - e^{\beta z'}) \right] \approx -H_0(e^{\alpha z'} - e^{\beta z'}), \quad (4.5)$$

где $H_0 = \xi^2 RH_z^0(m_1 - m_2)\gamma\alpha/\mu_3^\epsilon$.

Для того, чтобы воспользоваться общими выражениями (3.25) и (3.26) для расчета аксиальной составляющей компонентов вектора напряженности внутреннего магнитного поля, соотношения (4.5) необходимо переписать в цилиндрической системе координат, начало оси Oz которой помещено в серединную плоскость пластины из ферромагнетика толщиной $2h$. Эта толщина для рассматриваемого диапазона частот более чем на порядок превосходит длину волны Рэлея. Такая пластина как волновод для

поверхностных волн Рэлея практически эквивалентна упругому полупространству.

Выражение для расчета величины $H_0(z)$ имеет следующий вид

$$H_0(z) = -H_0 \left(e^{-\alpha h} e^{\alpha z} - e^{-\beta h} e^{\beta z} \right). \quad (4.6)$$

Подставляя выражение (4.6) в формулы (3.25) и (3.26), получаем следующие результаты:

$$h_r(\gamma, z) = \frac{H_0}{\zeta^2} \left[e^{\alpha(z-h)} - e^{\beta(z-h)} - (e^{-2\alpha h} - e^{-2\beta h}) \frac{sh \zeta (h-z)}{sh 2 \zeta h} \right], \quad (4.7)$$

$$h_z(\gamma, z) = -\frac{1}{\mu_3^\varepsilon} B_z^V(\gamma, z') + \frac{\gamma \mu_1^\varepsilon}{\zeta^3 \mu_3^\varepsilon} H_0 (e^{-2\alpha h} - e^{-2\beta h}) e^{-\zeta(h+z)}, \quad (4.8)$$

где $z = z' + h$ - аксиальная координата, связанная с серединной плоскостью толстой ферромагнитной пластины. При записи выражений (4.7) и (4.8) было учтено, что $|\zeta| \gg (\alpha, \beta)$.

Переходя в соотношениях (4.7) и (4.8) к системе координат, связанной с поверхностью толстой пластины, т. е. к координате z' , получаем следующие результаты

$$h_r(\gamma, z') = \frac{H_0}{\zeta^2} \left[e^{\alpha z'} - e^{\beta z'} + (e^{-2\alpha h} - e^{-2\beta h}) \frac{sh \zeta z'}{sh 2 \zeta h} \right], \quad (4.9)$$

$$h_z(\gamma, z') = -\frac{1}{\mu_3^\varepsilon} B_z^V(\gamma, z') + \frac{\gamma \mu_1^\varepsilon}{\zeta^3 \mu_3^\varepsilon} H_0 (e^{-2\alpha h} - e^{-2\beta h}) e^{-\zeta(2h+z')}. \quad (4.10)$$

Устремляя в соотношениях (4.9) и (4.10) толщину пластины h к бесконечности, т. е. формально переходя к полупространству $z' \leq 0$, получаем следующие выражения для расчета аксиальных составляющих компонентов вектора напряженности внутреннего магнитного поля:

$$h_r(\gamma, z') = \frac{H_0}{\zeta^2} (e^{\alpha z'} - e^{\beta z'}) , \quad h_z(\gamma, z') = -\frac{1}{\mu_3^\varepsilon} B_z^V(\gamma, z'). \quad (4.11)$$

Аксиальные составляющие амплитудных значений компонентов вектора динамической намагнитченности, т. е. величины $M_r(\gamma, z')$ и $M_z(\gamma, z')$ (см. выражения (3.27) определяются следующим образом

$$M_r(\gamma, z') = -\frac{R}{\mu_1^\varepsilon} \gamma \alpha (m_1 - m_2) H_z^0 (e^{\alpha z'} - e^{\beta z'})$$

$$M_z(\gamma, z') = \frac{R}{\mu_3^\varepsilon} m_1 H_z^0 \left(\alpha^2 - \gamma^2 \frac{m_2}{m_1} \right) e^{\alpha z'} . \quad (4.12)$$

Из выражений (4.12) отчетливо видно, что динамическая намагниченность, определенная с учетом существования внутреннего магнитного поля, обратно пропорциональна значениям магнитной проницаемости намагниченного ферромагнетика, т. е. в десятки раз меньше намагниченности, которая определяется магнитной индукцией Виллари.

При переходе к аксиальной координате z' , значения которой отсчитываются от поверхности полупространства, выражение (3.45) принимает следующий вид

$$U_{\text{вх}}(\omega) = -i\pi\nu_R N W_K(b, R, \gamma) H_0^{(2)}(\gamma R_0) \int_{-\infty}^0 [M_r(\gamma, z') + M_z(\gamma, z')] e^{z'z'} dz' . \quad (4.13)$$

Подставляя выражения (4.12) в интеграл (4.13), получаем окончательный результат вычислений, который можно записать следующим образом

$$U_{\text{вх}}(\omega) = U_0 W_K(b, R, \gamma) H_0^{(2)}(\gamma R_0) e^{-i\pi/2} , \quad (4.14)$$

где U_0 - абсолютная чувствительность преобразователя электромагнитного типа в режиме приема радиально распространяющихся поверхностных волн в ферромагнитном упругом полупространстве.

Абсолютная чувствительность определяется следующим выражением

$$U_0 = \pi\nu_R N K_M H_z^0 R^* , \quad (4.15)$$

где K_M - множитель, величина которого определяется числовыми значениями материальных констант и рассчитывается по формуле

$$K_M = \frac{\mu_0}{\mu_1^\varepsilon} (m_1 - m_2) \frac{\alpha(\beta - \alpha)}{(\gamma + \alpha)(\gamma + \beta)} + \frac{\mu_0}{\mu_3^\varepsilon} m_1 \frac{(\alpha^2 - \gamma^2 m_2/m_1)}{\gamma(\gamma + \alpha)} . \quad (4.16)$$

Для оценки величины параметра K_M можно пользоваться следующими значениями магнитоstrictionных констант: $m_1 \cong 0,2 \text{ Гн/м}$ и $m_2 \approx -m_1/2 = 0,1 \text{ Гн/м}$. Полагая $\mu_1^\varepsilon \approx \mu_3^\varepsilon = 30\mu_0$, для ферромагнетика с коэффициентом Пуассона $\nu = 0,3$ получаем $K_M = 0,028$.

Символом $R^* = R/\gamma$ в формуле (4.15) обозначен амплитудный множитель волны Рэлея с размерностью метры. Строго говоря, амплитудный множитель R^* является достаточно сложной функцией, которая определяется в результате решения задачи о возбуждении поверхностных волн Рэлея тем или иным

набором поверхностных и (или) объемных нагрузок [17 - 20]. Если поверхностные волны Рэлея возбуждаются нормальными силами, которые равномерно распределены в круге радиуса r_0 (рис. 5) с поверхностной плотностью σ_0 , то амплитудный множитель R^* определяется следующим выражением

$$R^* = \pi \frac{\sigma_0 r_0}{2G} f(\nu) J_1(\gamma r_0) e^{-i\pi/2}, \quad (4.17)$$

где $f(\nu) = -\frac{(2\gamma^2 - 1)\alpha\beta}{4\alpha\beta(2\gamma^2 - 1) - 4\alpha^2\beta^2 - 2\gamma^2(\alpha^2 + \beta^2)}$ - константа, числовое значение которой определяется величиной коэффициента Пуассона, для коэффициента Пуассона $\nu = 0,3$ константа $f(\nu) = 0,507774$;

$J_1(\gamma r_0)$ - функция Бесселя первого порядка - она определяет влияние размеров площадки нагружения на эффективность возбуждения волн Рэлея на различных частотах.

Принимая $G = 70 \text{ ГПа}$ и $r_0 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ при плотности внешних сил $\sigma_0 = 100 \text{ кПа}$ (эти значения обеспечиваются пьезоэлектрическими излучателями ультразвуковых волн) на безразмерной частоте $\gamma r_0 = 1,84$, где функция Бесселя первого порядка принимает максимальное значение 0,582 получаем значение $R^* = 1,658 \cdot 10^{-9} \text{ м}$.

Таким образом, амплитудный множитель R^* имеет порядок единиц нанометров.

Полагая, что $\nu_R = 3500 \text{ м/с}$, $N^* = 100 \text{ Ампер/витков}$, $H_z^0 = 1 \text{ кА/м}$ и $R^* = 2 \cdot 10^{-9} \text{ м}$, для определенного ранее параметра $K_M = 0,028$ получаем следующую оценку абсолютной чувствительности $U_0 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ В}$. Так как передаточная характеристика $W_K(b, R, \gamma) < 1$, то разность потенциалов $U_{\text{вых}}(\omega)$ на циклической частоте $f = 410 \text{ кГц}$ (на этой частоте $\gamma r_0 = 1,84$) минимум в три раза меньше абсолютной чувствительности U_0 .

Совокупность полученных результатов позволяет конструировать приемники ультразвуковых волн электромагнитного типа, которые гарантировано эффективно работают в заданном диапазоне частот.

Выводы. 1. Усовершенствована концепция взаимодействия упругих колебаний распространяющихся в ферромагнитном материале с приемной катушкой индуктивности при наличии поляризующего магнитного поля, которая дала возможность расчета конструктивных параметров приемных ЭМА преобразователей.

2. Впервые сформулирована и развита концепция внутреннего магнитного поля, наличие и величина которого существенно влияет на процесс приема ультразвуковых поверхностных волн ЭМА преобразователями. Создан математический аппарат для оценки динамической намагниченности, которая возникает в деформируемом, предварительно намагниченном не до насыщения, ферромагнетике.

3. Разработана методика и получены расчетные соотношения, которые позволяют определять геометрические параметры электрического контура приемника переменного магнитного поля в составе ЭМАП по известным характеристикам плоских и радиально распространяющихся в ферромагнитном издедии ультразвуковых волн.

4. Оценена абсолютная чувствительность электромагнитно – акустического преобразователя типа в режиме приема поверхностных волн Рэлея.

Список литературы: 1. *Шубаев С. Н.* Общие закономерности электромагнитного приема волн Рэлея и Лэмба / *С. Н. Шубаев, Ю. М. Шкарлет* // Дефектоскопия. – 1972. – № 5. – С. 63 – 72. 2. *Шубаев С. Н.* Переменные поля, возникающие при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба / *С. Н. Шубаев, Ю. М. Шкарлет* // Дефектоскопия. – 1972. – № 6. – С. 62 – 78. 3. *Шубаев С. Н.* Расчет датчиков, применяемых при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба / *С. Н. Шубаев, Ю. М. Шкарлет* // Дефектоскопия. – 1973. – № 1. – С. 81 – 89. 4. *Ильин И. В.* К теории ЭМА метода приема волн Рэлея для ферро- и ферромагнитного материалов / *И. В. Ильин, А. В. Харитонов* // Дефектоскопия. – 1980. – № 7. – С. 86 – 93. 5. *Комаров В. А.* Магнитострикционное электромагнитно-акустическое преобразование в нормальном поляризующем поле / *В. А. Комаров* // Дефектоскопия. – 2004. – № 3. – С. 43 – 55. 6. *Сучков Г. М.* Возможности современных ЭМА - толщиномеров / *Г. М. Сучков* // Дефектоскопия. – 2004. – № 12. – С. 16–25. 7. *Гринберг Г. А.* Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений / *Г. А. Гринберг*. – М. – Л.: Изд. – во АН СССР. – 1948. – 727 с. 8. *Mallinson J.* Magnetometer Coils and Reciprocity. // *J. Appl. Phys.* – 1966. – 37. - №6. – P. 2514 – 2515. 9. *McNab A., Richter J.* Electromagnetic fields reciprocity applied to the excitation and detection of elastic waves in an electromagnetic cavity resonator // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1979. – 66. - №6. – P. 1593 – 1600. 10. *Кошелева Е. М.* Применение теоремы о наведенном токе для расчета комплексного коэффициента передачи линии задержки на акустических поверхностных волнах / *Е. М. Кошелева, О. Г. Павленко* // Радиотехника и электроника. – 1977. – 22. -№11. – С. 2291 – 2298. 11. *Петрищев О. Н.* Математическое моделирование преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах / *О. Н. Петрищев*.// Акуст. вісник. – 2005. – Т.8. – №3. – С. 50 – 59. 12. *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. / *И. Е. Тамм*. – М.: Наука, 1976. – 616 с. 13. *Власов К. Б.* Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред / *К. Б. Власов* // Изв. АН СССР. Сер. физическая. – 1957. – Т. 21. – № 8. – С. 1140–1148. 14. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. / *Г. Бейтмен, А. Эрдейи*. – М.: Наука, 1974. – 296 с. 15. *Кошляков Н. С.* Уравнения в частных производных математической физики. / *Н. С. Кошляков., Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов*. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с. 16. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами* / Под ред. *М. Абрамовица и И. Стиган*. – М.: Наука, 1979. – 832 с. 17. *Гринченко В. Т.* Изучение закономерностей процесса возбуждения упругих волн при сложном нагружении участка изотропной упругой полосы / *В. Т. Гринченко, О. Н. Петрищев* // Известия АН Арм. ССР. Механика. – 1987. – Т. 40. - № 6. – С. 22 -31. 18. *Петрищев О. Н.* Ультразвуковые магнитострикционные волноводные системы / *О. Н. Петрищев, А. П. Шпинь*. – Киев: Изд. – во при Киевском гос. университете им. Т. Г. Шевченко, 1989. – 132 с. 19. *Петрищев О. Н.* Возбуждение

волн Рэлея в металлической полосе поляризованной постоянным магнитным полем / *О. Н. Петрищев* // Акустичний вісник. – 2005. – Т. 8. – № 1-2. – С. 85 – 95. **20.** *Петрищев О.Н.* Возбуждение электромагнитным полем волн Рэлея в ферромагнитных металлах / *О. Н. Петрищев* // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. – 2005. – № 4. – С. 23 – 30.

Надійшла до редколегії 05.02.2013

УДК 620.179.16: 620.179.17

Теоретические исследования ЭМА способа регистрации поверхностных волн при ультразвуковом контроле ферромагнитных металлоизделий / О.Н. Петрищев, Г.М. Сучков, М.И. Романюк, С.В. Хашина // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Електроенергетика та перетворювальна техніка. – Х. : НТУ «ХПІ», 2013. – № 34 (1007). – С. 58–89. – Бібліогр.: 20 назв.

Запропоновано новий підхід побудови математичних моделей електромагнітних ультразвукових перетворювачів у режимі прийому пружних коливань у феромагнітних металовиробах. Продуктивність і практична значимість цього підходу показана на прикладі побудови математичної моделі накладного перетворювача. Отримані аналітичні вирази можуть бути використані в процесі проектування ЕМА перетворювачів для розрахунку конструктивних параметрів приймальної частини.

Ключові слова: електромагнітно - акустичний перетворювач, ультразвуковий контроль, чутливість перетворювача, магнітний потік, феромагнітний матеріал, математична модель, значення функції, граничні умови.

A new approach to the construction of mathematical models of electromagnetic ultrasonic transducers in the receive mode of elastic vibrations in Ferromagnetic Metal products. Productivity and practical significance of this approach is shown by the example of a mathematical model of surface-converter. The analytical expressions may be used in the design calculations EMAT transducers for receiving part of the design parameters.

Keywords: electromagnetic acoustic transducer, ultrasonic testing, the sensitivity of the transducer, the magnetic flux, the ferromagnetic material, the mathematical model, the value of the function, the boundary conditions.